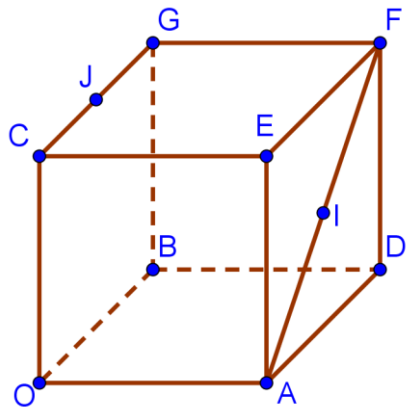
EXERCICE N°1 : 25' 4 points

L'espace est rapporté à un repère direct $(O,\vec{u},\vec{v},\vec{w})$.

Soit $OADBCEF$ le cube tel que $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{v}$ et $\overrightarrow{OC}=\vec{w}$.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AF]$ et $[CG]$.



1°) a) Déterminer les coordonnées des points E, I et J.

b) Vérifier que $\overline{OI}\wedge\overline{OJ}=\frac{1}{4}\left(\vec{u}-4\vec{v}+2\vec{w}\right)$.

2°) a) Calculer l'aire du triangle OIJ.

b) Calculer le volume du tétraèdre $OIJE$.

c) La droite passant par E et perpendiculaire au plan (OIJ) coupe le plan (OIJ) en un point H.

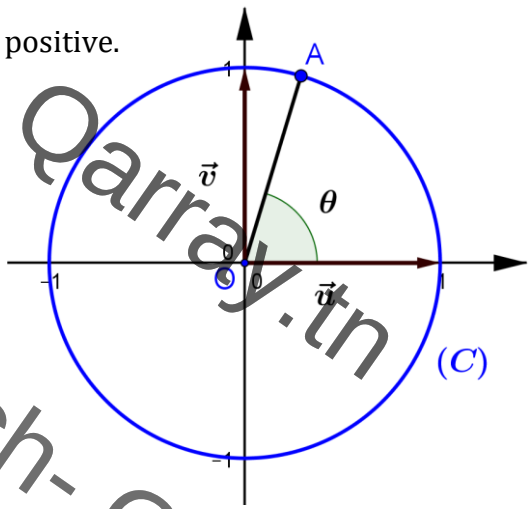
Sans calculer les coordonnées de H, justifier que $EH=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

3°) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2x-2z+\frac{11}{7}=0$

Montrer que (S) est une sphère tangente au plan (OIJ).

EXERCICE N°2 : 30' 5 points

Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, (C) est le cercle de centre O et de rayon 1 et A est le point de (C) d'abscisse $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ et d'ordonnée positive.



On note a l'affixe du point A.

1°) Soit θ une mesure de l'angle orienté $(\vec{u},\overrightarrow{OA})$.

a) Donner en fonction de θ , l'écriture exponentielle des nombres complexes $a,\bar{a},a^2$ et $\bar{a}^2$.

b) Construire les points B ,C et D d'affixes respectives $\bar{a},a^2$ *et* $\bar{a}^2$.

2°) a) Justifier que $a+\bar{a}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

b) Montrer que a et $\bar{a}$ sont les solutions de l'équation (E) : $z^2-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1=0$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn